

日本獣医生命科学大学  
令和7(2025)年度 入学者選抜  
一般選抜 (第1回)

数 学

「解答例」

【I】 問1. ア - ① イ - ③ ウ - ④ エ - ②

問2. オ - ① カ - ① キ - ④ ク - ③ ケ - ⑦ コ - ②

問3. サ - ② シ - ④

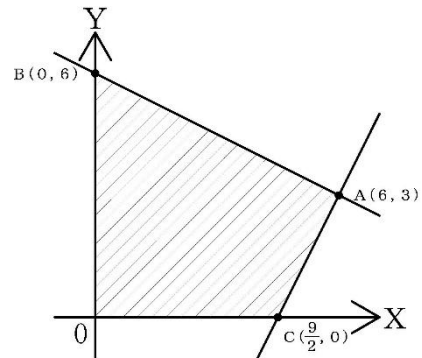
【II】 問1. ア - ③ イ - ④ ウ・エ - ②・⑦ オ - ④

問2. カ - ⑥ キ - ② ク - ① ケ - ② コ - ② サ - ③ シ - ④

【III】 問1.

$$\begin{cases} \ell_1 : x + 2y - 12 = 0 \\ \ell_2 : 2x - y - 9 = 0 \\ K : (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \text{ とする。} \end{cases}$$

$\ell_1$ と $\ell_2$ の交点をA、 $\ell_1$ とy軸の交点をB、  
 $\ell_2$ とx軸の交点をCとすると、  
A(6, 3)、B(0, 6)、C( $\frac{9}{2}$ , 0)である。



問2.

命題「P(x, y) ならば Q(x, y)」が真となるとき、P(x, y) をみたす集合は Q(x, y) をみたす集合の部分集合となる。つまり、求めるものは、円Kが四角形OACBの全体を含むという条件下で半径rが最小となるときの中心(a, b)である。

ここで、 $(\ell_1 \text{の傾き}) \times (\ell_2 \text{の傾き}) = -1$  より  $\ell_1 \perp \ell_2$  であり、  
 $\angle BAC = 90^\circ$  かつ  $\angle BOC + \angle BAC = 180^\circ$  であるから、四角形  $O C A B$  には  
 外接円が存在する。この円と  $K$  が一致するとき、 $r$  は最小となる。  
 この円の中心は対角線  $B C$  の中点であるから、

$$(a, b) = \left( \frac{9}{4}, 3 \right)$$

**問 2.**

求めるものは、円  $K$  の全体が四角形  $O C A B$  に含まれるための条件である。  
 題意より、円  $K$  の中心を  $O_1(a, 3)$ 、半径 1 とし、 $a$  が変化したときの円  $K$  と、  
 各境界線との位置関係について考える。

- (i)  $r = 1$  より、円  $K$  は  $x$  軸の上側にある。
- (ii) 円  $K$  が  $y$  軸の右側にあるとき、 $a \geq 1 \dots \textcircled{1}$
- (iii)  $O_1$  と  $\ell_1$  との距離を  $d_1$  とすると、 $d_1 \geq 1$

$$d_1 = \frac{|a - 6|}{\sqrt{5}}$$

ここで、 $O_1$  は四角形  $O C A B$  の内部にあることから、

$$0 \leq a \leq 6 \text{ より、} d_1 = \frac{6-a}{\sqrt{5}} \geq 1 \quad \therefore a \leq 6 - \sqrt{5} \dots \textcircled{2}$$

- (iv)  $O_1$  と  $\ell_2$  の距離を  $d_2$  とすると、

$$d_2 = \frac{|2a-12|}{\sqrt{5}} = 2d_1 \text{ であり、} d_1 \geq 1 \text{ であれば } d_2 \geq 1 \text{ も成り立つ。}$$

以上、(i) ~ (iv) より、求める  $a$  の範囲は  $\textcircled{1}$  かつ  $\textcircled{2}$ 、すなわち、

$$1 \leq a \leq 6 - \sqrt{5}$$

**【IV】 問 1.**

$x$  と  $y$  の標準偏差  $s_x$ 、 $s_y$  は、

$$s_x^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2 = 2000 - 40^2 = 400 \text{ より、} s_x = \sqrt{400} = 20$$

$$s_y^2 = \overline{y^2} - (\overline{y})^2 = 58600 - 190^2 = 22500 \text{ より、} s_y = \sqrt{22500} = 150$$

相関係数  $r$  は、

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

である。

共分散  $s_{xy}$  は表より 2784 であるから、

$$r = \frac{2784}{20 \cdot 150} = \frac{116}{125} = 0.928$$

問2. (1)

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=1}^n \{y_k - (ax_k + b)\}^2 \\ &= \sum_{k=1}^n \{(ax_k + b)^2 - 2(ax_k + b)y_k + y_k^2\} \\ &= \sum_{k=1}^n \{b^2 + 2(ax_k - y_k)b + (ax_k - y_k)^2\} \\ &= nb^2 + 2 \sum_{k=1}^n (ax_k - y_k)b + \sum_{k=1}^n (ax_k - y_k)^2 \end{aligned}$$

ここで $a$ を固定すると、 $S$ は $b$ の2次関数とみることができ、 $n > 0$ より下に凸の放物線となる。その軸は

$$\begin{aligned} b &= -\frac{1}{n} \left\{ \sum_{k=1}^n (ax_k - y_k) \right\} \\ &= -a \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k \\ &= -a\bar{x} + \bar{y} \end{aligned}$$

であり、 $b = -a\bar{x} + \bar{y}$ のときに最小値をとる。

以上より、 $S$ が最小になるのは $\bar{y} = -a\bar{x} + b$ が成り立つとき。(証明終)

(2)

$S$ が最小となるとき、(1)より $b = \bar{y} - a\bar{x}$

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=1}^n (\bar{y} - a\bar{x} + ax_k - y_k)^2 \\ &= \sum_{k=1}^n \{a(x_k - \bar{x}) - (y_k - \bar{y})\}^2 \\ &= a^2 \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 - 2a \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) + \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2 \\ &= ns_x^2 a^2 - 2n\sigma_{xy}a + ns_y^2 \end{aligned}$$

ここで $S$ は $a$ の2次関数とみることができ、 $ns_x^2 > 0$ より下に凸の放物線となる。よって $S$ が最小となるのは

$$a = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{2784}{400} = \frac{174}{25} = 6.96$$

のときで、このときの $b$ は(1)より

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 190 - \frac{174}{25} \cdot 40 = -\frac{442}{5} = -88.4$$